monómios

propriedades da adição de monómios

- comutativa: $A+B = B+A$

exemplo:

$A = -7x^3$

$B = 5x^3$

$-7x^3 + 5x^3 = 5x^3 - 7x^3$

- associativa: $(A+B)+C = A+(B+C)$

exemplo: $[2x^5 + (-8x^5)] + (-7x^5) =$

$\underbrace{}_{-6x^5}$ $\underbrace{}_{-15x^5}$

$\Leftrightarrow 2x^5 + [(-8x^5) + (-7x^5)]$

$-6x^5$ $\quad$ $-15x^5$

propriedades da ~~adição~~ multiplicação de monómios

comutativa: $A \times B = B \times A$

$(-2x^2y) \times (x^3y^4) = x^3y^4 \times (-2x^2y)$

associativa: $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$

$[2x \times (-x^2)] \times 7y = \cancel{2x \times 7}$

$\Leftrightarrow 2x \times [(-x^2) \times 7y]$

potência de expoente natural dos monómios

$(4x)^2 = 4x \times 4x = 16x^2$

para obter a potência de um monómio eleva-se cada um dos fatores ao expoente da potência.

monómio nulo

0 é um monómio nulo porque tem parte numérica nula

$0 = 0x^2$

monómio constante

7 é um monómio constante, porque só tem parte numérica

monómios semelhantes

dois monómios não nulos são semelhantes quando têm a mesma parte literal

$2zy$ e $-7y$

forma canónica

quando aparece primeiro a parte numérica e em seguida a parte literal.

$5x^3z$ -> forma canónica

produto de monómios

o produto é um monómio cuja parte numérica é o produto dos coeficientes e cuja parte literal se obtem representando cada variável elevada à soma dos expoentes dos fatores em que essa variável intervém nos dados monómios

exemplos:

$4x \times 7x = (4 \times 7) \times (x \times x) = 28x^2$

$5xy \times 3x^2y^3 = x^3y^4$

adição algébrica de monómios semelhantes

$2x + 5x = (2+5)x = 7x$

$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$

-> subtração

$2xy - 5xy = (2-5)xy = -3xy$

$2x + 3y = \cancel{5xy}$

não são semelhantes

grau de um monómio

grau de um monómio é a soma dos expoentes da respetiva parte literal

$-5x^1y^3z^7$

-> grau 11

monómios constantes tem grau 0.

polinômios

produto de um polinômio

$(3x+4)(2-7x)$

$= 3x(2-7x) + 4(2-7x) =$

$= 6x - 21x^2 + 8 - 28x =$

$= -21x^2 - 22x + 8$

forma reduzida de um polinômio

um polinômio reduzido é um polinômio sem termos semelhantes

subtração algébrica de polinômios

$A = -2x^4 + x - 1 - x^4$

$B = -3x^5 + 9x$

$A - B = (-2x^4 + x - 1 - x^4) - (-3x^5 + 9x)$ → polinômio diferença

$= -2x^4 + x - 1 - x^4 + 3x^5 - 9x =$

$= -3x^4 - 8x - 1 + 3x^5 =$

$= +3x^5 - 3x^4 - 8x - 1$ → polinômio diferença na forma reduzida

grau de um polinômio

o grau de um polinômio é o maior dos graus dos termos do polinômio na forma reduzida.

$\underbrace{-x^3}_{\text{grau 3}} + \underbrace{x^4}_{\text{grau 4}} \underbrace{-3x}_{\text{grau 1}}$ → polinômio de grau 4

soma algébrica de polinômios

$A = -2x^4 + x - 1 - x^4$

$B = -3x^5 + 9x$

$A + B = (-2x^4 + x - 1 - x^4) + (-3x^5 + 9x)$ → polinômio soma

$= -2x^4 + x - 1 - x^4 - 3x^5 + 9x$

$\Leftrightarrow -3x^4 + 10x - 3x^5 - 1 \Leftrightarrow$ polinômio soma na forma reduzida

$\Leftrightarrow +3x^5 - 3x^4 + 10x - 1$

↳ polinômio grau 5

polinômios iguais

polinômios iguais são polinômios que admitem a mesma forma reduzida

o simetrico de um polinômio é um polinômio cujos termos são os simétricos dos termos do polinômio.

$A = 2x^3 - 3x + 7$

simetrico de $A = -2x^3 + 3x - 7$

vetores

translação de um vetor

$\vec{u}$ $\quad A \xrightarrow{\vec{u}} A'$ $\quad T_{\vec{u}}(A) = A' = A + \vec{u}$

propriedades da adição de vetores

- propriedade associativa: $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$
- propriedade comutativa: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- existência de elemento neutro: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$
- existência de elemento simétrico: $\vec{a} + (-\vec{a}) = -\vec{a} + \vec{a} = \vec{0}$

vetores nulos

É um vetor determinado por segmentos orientados iguais
- o comprimento é 0
- tem direção e sentido indefinido

ex: $\vec{0}$ $\quad \overrightarrow{AA}$

vetores colineares

são vetores que têm a mesma dimensão

ex:

vetores simétricos

são vetores que tem a mesma direção, o mesmo comprimento mas sentidos opostos

ex:

adição de vetores

a, b — não colineares

colineares

$\xrightarrow{a}$ $\xrightarrow{b}$ $\quad \underbrace{\xrightarrow{a}\xrightarrow{b}}_{a+b}$

simétricos

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$

$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

simétrico

soma de um ponto com um vetor

$P \quad \xrightarrow{a} \quad P \xrightarrow{a} Q$

$\overrightarrow{PQ} = \vec{u}$

$P + \vec{u} = Q$

a soma de um ponto com um vetor dá sempre um ponto

composição de translações

$\vec{u}$ $\quad \vec{v}$ $\quad P$

$P \xrightarrow{\vec{u}} P'$, $P'' \; \vec{v}$